XIV Городская олимпиада по математике. 3 марта 2024 г. 5 класс. Решения.

6 класс

1. Камень весит 5 кг, еще треть камня и еще половину камня. Сколько весит камень?

Ответ: 30 кг

Решение: половина+треть=5\6 камня, значит 5кг – это 1\6 камня, а весь камень весит 30кг.

2. У Коли в ящике хранится 6 черных мячиков, 7 синих, 12 белых и 5 желтых. Его сестра Оля с закрытыми глазами достает оттуда несколько штук. Какое наименьшее количество мячей она должна взять, чтобы среди них оказалось не менее 5 мячей одного цвета?

Ответ: 17

Решение: рассмотрим наихудший случай, когда Оля взяла по четыре мячика каждого из четырех цветов (то есть всего 16). Тогда ей нужен еще один мячик, который будет какого-то одного из четырех цветов, и этого цвета окажется пять мячиков.

3. Три мальчика после рыбалки сказали следующее:

Петя: «Я поймал 22 рыбы; Гриша на две больше меня, а Вася на одну меньше меня».

Гриша: «Я поймал не меньше всех; Вася поймал 25 рыб; разница между моим и Васиным уловом составляет три рыбы».

Вася: «Я поймал меньше, чем Петя; Петя поймал 23 рыбы, а Гриша на три рыбы больше, чем Петя».

Оказалось, что каждый из ребят сделал два истинных утверждения и одно ложное. Сколько рыб поймал каждый из них?

Ответ: Петя – 23, Гриша – 25, Вася – 22 рыб

Решение: обратим внимание на утверждения Пети: «Я поймал 22 рыбы; Гриша на две больше меня» и утверждения Васи: «Петя поймал 23 рыбы, а Гриша на три рыбы больше, чем Петя». Все утверждения быть верными или быть ложными не могут. Значит, в каждой паре какоето их утверждений истинно, а другое ложно. То есть Петя поймал 22 или 23 рыбы. А третьи утверждения этих мальчиков точно истинны. То есть Вася поймал на 1 рыбу меньше Пети (а значит, 21 или 22).

Но тогда утверждения Гриши, что Вася поймал 25 рыб – ложно, а два другие – истинны. То есть Гриша поймал не меньше всех и у Васи на 3 рыбы меньше или больше. Но больше у Васи быть не может, так как у Пети на одну больше, чем у Васи, а у Гриши тогда окажется меньше всех рыб. Тогда у Васи на 3 рыбы меньше, чем у Гриши.

Итак, получаем, что больше всех рыб у Гриши, у Пети — на две меньше, а у Васи — еще на одну меньше. То есть утверждение Пети, что Гриша поймал на две больше него, верно, а значит, утверждение, что Петя поймал 22 рыбы — нет. Значит, Петя поймал 23 рыбы, тогда Гриша — 25, а Вася — 22.

4. Чтобы покрасить всю поверхность кубика размером 3х3х3, потратили 54 г краски. Из другого такого же кубика размером 3х3х3 вынули центральный кубик и серединные кубики на всех его гранях. Сколько краски нужно теперь для покраски всей поверхности такого дырявого кубика?

Ответ: 72 г

Решение: поверхность первого кубика = 3x3x6 = 54, поэтому на один маленький квадрат уходит 1 г краски. Площадь поверхности дырявого кубика складывается из внешней поверхности 6x8 = 48 и боковых поверхностей новых дырок: 6x4x1 = 24. Всего 48 + 24 = 72. Поэтому необходимо 72 г краски.

5. Два парома отходят одновременно от противоположных берегов реки и пересекают реку с постоянными скоростями перпендикулярно берегам. Паромы встречаются друг с другом на расстоянии 720 метров от ближайшего берега. Достигнув берега, они сразу отправляются обратно и затем встречаются в 400 метрах от другого берега. Какова ширина реки?

Ответ: 1760 м

Решение: сумма расстояний, которые паромы прошли до первой встречи, равна ширине реки, а сумма расстояний, которые они прошли к моменту второй встречи, равна утроенной ширине реки. Значит, до момента второй встречи прошло в три раза больше времени, чем до момента первой встречи. Следовательно, если к моменту первой встречи один из паромов прошел 720 метров, то к моменту второй встречи он прошел 2160 метров, что на 400 метров превышает ширину реки.